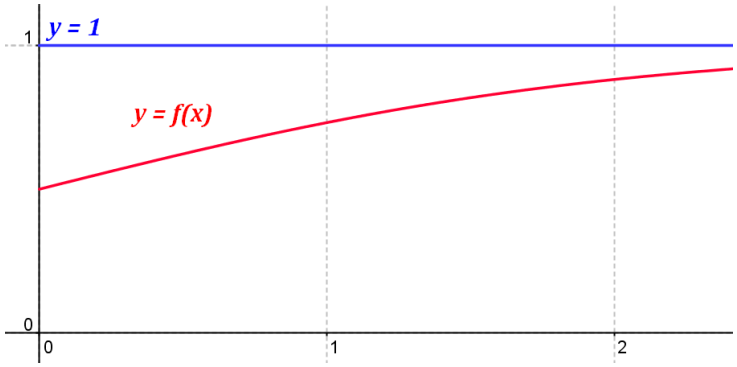
EXERCICE N°1 : 20' 4 points

Soit f la fonction définie sur IR_+ par $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ et représentée dans le repère ci-dessous.



1°) Déterminer une primitive de f sur IR_+.

2°) Soit la suite (u_n) définie pour $n>0$ par $u_n=\int_{\ln n}^{\ln(n+1)} f(x)dx$

a) Calculer u_1 et u_2. Exprimer u_n en fonction de n.

b) Que représente graphiquement le nombre u_n ?

3°) Montrer que (u_n) est une suite décroissante positive.

Calculer la limite de cette suite.

4°) On pose $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$.

a) Calculer S_1, S_2, S_3 et exprimer S_n en fonction de n.

b) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

EXERCICE N°2 : 20' 4 points

1°) Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=\dfrac{e^{1,15x}}{99+e^{1,15x}}$.

a) Démontrer que $f(x)=\dfrac{1}{1+99e^{-1,15x}}$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

c) Etudier les variations de la fonction f.

2°) Une ville compte 10000 habitants. A huit heures du matin **100** personnes apprennent une nouvelle par la radio locale, on note $f(t)$ la fréquence des personnes connaissant la nouvelle à l'instant t (en heure)

on choisit 8h du matin comme instant initiale $t=0$ ainsi $f(0)=\dfrac{100}{10000}=0,01$. La nouvelle se répand en ville de sorte que la vitesse de propagation $f'(t)$ vérifie $f'(t)=1,15f(t)\left[1-f(t)\right]$.

On considère, sur l'intervalle $[0,+\infty[$, la fonction h définie par $h(t)=\dfrac{1}{f(t)}$.

a) Montrer que h est une solution de l'équation différentielle (E) $y'=-1,15y+1,15$

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn